

עבודת קייץ במתמטיקה לכיתה ח'7

יש להגיש את העבודה בשיעור הראשון, בתחילת שנת הלימודים הבאה.

יתקיים מבדק על עבודת קיץ.

עבודה נעימה.

אלגברה

1. פתרו את המשוואות הבאות

$$א. \quad \frac{3x}{x-1} - \frac{2x}{x+2} = \frac{3x-6}{x^2+x-2}$$

$$א. \quad \frac{7}{10x-5} + \frac{3}{4x^2-1} + \frac{5}{6x+3} = 1$$

$$ב. \quad 1 - \frac{x-2}{x-4} + \frac{1}{2-x} = \frac{5x-4}{x^2-6x+8}$$

$$ב. \quad \frac{x+4}{x^2-1} - \frac{2x+5}{(x+1)^2} = \frac{12}{4x+4}$$

$$ג. \quad \frac{3}{x^2-8x+7} + \frac{4}{7-x^2+6x} = \frac{x-9}{x^2-1}$$

$$ג. \quad 2x + \frac{2x^2+4x+2}{x^2-1} = 10$$

2. פתרו את המשוואות הדו ריבועיות הבאות:

$x^2 - 6 + \frac{8}{x^2} = 0$.10	$x^4 = 2x^2 + 15$.4
$x^3 + \frac{9}{x^3} = 10$.11	$x^{10} - 33x^5 + 32 = 0$.5
$(x^2 + 4)^2 - 13(x^2 + 4) + 40 = 0$.12	$x^6 - 26x^3 - 27 = 0$.6
		$-12 + 14(x^2 - 3) = 2(x^2 - 3)^2$.13
		$30 - 10(x^3 + 6) = 2(x^3 + 6) - 5 - (x^3 + 6)^2$.14

3.

במשוואות הבאות תחום ההצבה הוא $x \neq 8$.

לאילו מהמשוואות הבאות אין פתרון? נמקו.

$$i. \quad \frac{x^3 - 8x^2}{x - 8} = 0 \quad ii. \quad \frac{x^3 - 8x^2}{x - 8} = 1 \quad iii. \quad \frac{x^3 - 8x^2}{8 - x} = 0$$

$$iv. \quad \frac{x^3 - 8x^2}{8 - x} = 1 \quad v. \quad \frac{(x - 8)^2}{x - 8} = 0$$

4.

$$\frac{1}{x^2 - 2x + 1} - \frac{x}{2x - 2} = a$$

א. הסבירו מדוע המשוואה $\frac{-x^2 + x + 2}{2(x^2 - 2x + 1)} = a$ שקולה למשוואה הנתונה.

ב. הסבירו מדוע $x = 1$ לא יכול להיות פתרון של המשוואה $\frac{-x^2 + x + 2}{2(x^2 - 2x + 1)} = a$

ג. פתרו את המשוואה עבור $a = 0$.

ד. הסבירו מדוע עבור $a = -1$ אין למשוואה פתרון.

פונקציות

1.

נתונה פונקציה ריבועית $f(x) = ax^2 + bx + 5$

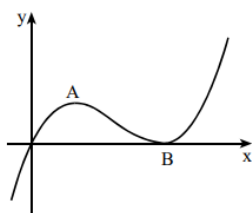
א. מקרה א': נתון שקדקוד הפונקציה ברביע הראשון והפונקציה איננה חותכת את ציר x.

הציעו ערכים מתאימים ל- a ו- b .

ב. מקרה ב': נתון שגרף הפונקציה עובר דרך הנקודות $(-2, 4)$ ו- $(1, 8)$

מה הערך של $a + b$?

2.



לפונקציה $f(x)$, שהגרף שלה מתואר לפניכם,

יש מקסימום ב- $A(2; 2)$ ומינימום ב- $B(5; 0)$.

עבור אילו ערכים של k , הישר $y = k$:

א. חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת?

ב. חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות?

ג. חותך את גרף הפונקציה בשלוש נקודות?

3.

נתונות הפונקציות: $f(x) = (x - 3)^2 - 5$ ו- $g(x) = 2x^2 - 3x$ ענו על הסעיפים הבאים ונמקו

כל סעיף

א. האם לגרף פונקציה $m(x) = (x - 3)^2 + 5$ יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $f(x)$?

ב. האם לגרף הפונקציה $t(x) = 2x^2 + 3x$ יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $g(x)$?

ג. האם לגרף הפונקציה $p(x) = -(x - 3)^2 - 5$ יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $f(x)$?

ד. חשבו את ערכי x עבורם $f(x) = g(x)$.

4.

נתונות הפונקציות $y = a(x - 2)^2 - 3$, $y = mx + 5$.

א. מה צריך להיות הערך של m אם נתון שהגרף של הפונקציה הקווית עובר דרך

הקדקוד של הפונקציה הריבועית?

ב. מה צריך להיות הערך של a אם נתון שהגרף של הפונקציה הריבועית עובר דרך

נקודת החיתוך עם ציר ה- y של הפונקציה הקווית?

5.

נתונה הפונקציה: $h(x) = (x - 2)^2 + 1$. לפניכם מספר טענות, קיבעו נכון/לא נכון ונמקו בהתאם.

א. אי השוויון $(x - 2)^2 + 1 > 0$ מתקיים עבור כל x . הסבירו את בחירתכם בעזרת שני נימוקים לפחות.

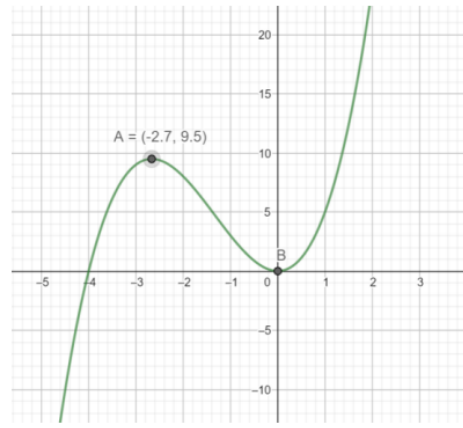
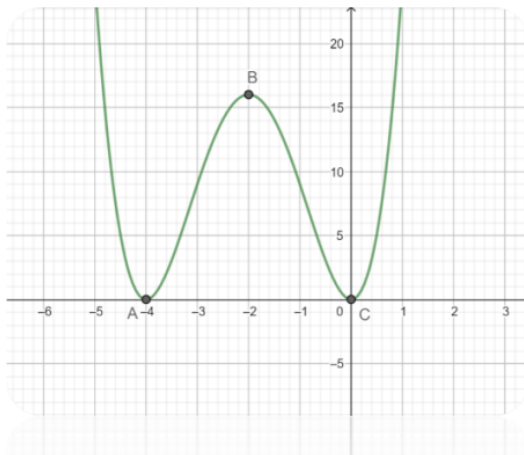
ב. קודקוד הפונקציה מקסימלי ושיעוריו $(2,1)$.

ג. הישר $y = 3$ חותך את גרף הפונקציה בדיוק ב-2 נקודות.

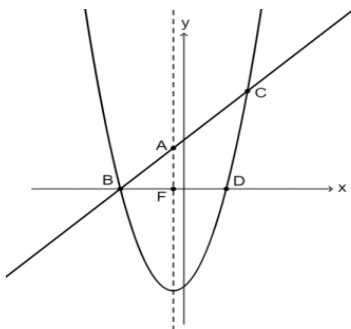
6.

לפניך נתונים שני גרפים של פונקציות. לכל גרף מצאו:

- 1- נקודות החיתוך עם הצירים
- 2- נקודות הקיצון המקומיות והמוחלטות (אם קיימות)
- 3- תחומי חיוביות ושליליות של פונקציה
- 4- תחומי עליה וירידה של פונקציה



7.



18. בשרטוט לפניך מופיעים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = (x - b)(x + 3), \quad g(x) = x + 3$$

נתון: ציר הסימטריה של הפונקציה $f(x)$ הוא $x = -1$.

א. מצאו את הפרמטר b ורשמו את הפונקציה $f(x)$.

ב. רשמו את שיעורי הנקודות B, D, C.

ג. רשמו את התחומים בהם $f(x) < g(x)$.

ד. ציר הסימטריה חותך את הפונקציה $g(x)$ בנקודה A ואת ציר x בנקודה F (ראו ציור).

1ד. האם המשולש ABF הוא שווה שוקיים? נמקו קביעתכם.

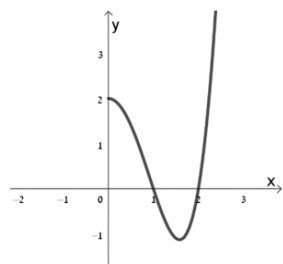
2ד. האם המשולש BAD הוא שווה שוקיים? נמקו קביעתכם.

ה. הנקודה P נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$

והנקודה R נמצאת על ציר הסימטריה כך ש: $\triangle ARP \cong \triangle AFB$.

מצאו את שיעורי הנקודות P, R.

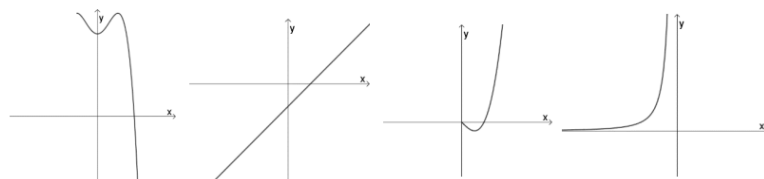
8.



נתונה $f(x)$, פונקציה המוגדרת לכל x .
 חלק מגרף הפונקציה מוצג בסרטוט כאשר $x \geq 0$.
 א. השלם את הסרטוט אם הפונקציה היא זוגית.
 ב. האם ייתכן שהפונקציה היא אי-זוגית?

9.

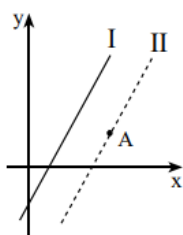
לפניך גרפים חלקיים של פונקציות. רשום אילו גרפים ניתן להשלים לגרף של פונקציה זוגית, אילו לפונקציה אי זוגית ואילו גרפים לא יתארו פונקציה זוגית ולא אי זוגית.



גרף א גרף ב גרף ג גרף ד

הנדסה אנליטית

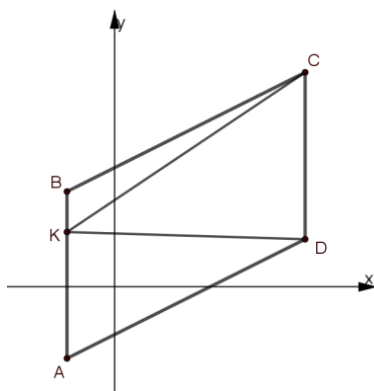
1.



נתון הישר I שמשוואתו $y = 2x - 3$.
 הישר II מקביל לישר I ועובר דרך הנקודה $A(5; 2)$.
 מצאו את משוואתו של הישר II.

2.

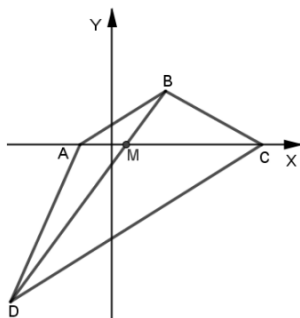
4. ABCD היא מקבילית ששיעורי שלושת קודקודיו הם: $A(-2, -3)$, $B(-2, 4)$, $C(8, 9)$



- א. מצאו את שיעורי נקודה D.
- ב. חשבו את שטח המקבילית ABCD. (שימו לב ש-AB מקביל לציר ה-y)
- ג. (1) בחרו נקודה כלשהי K על הצלע AB. (2) חשבו את השטח של $S_{\Delta DKC}$. מה הקשר בין שטח $S_{\Delta DKC}$ לבין שטח המקבילית ABCD?
- ד. בחרו נקודה אחרת על צלע AB וחזרו על סעיף ג' עבור נקודות אלו.

3.

7. בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel CD$), אלכסוני הטרפז נחתכים בנקודה M .



הקדקודים A ו- C מונחים על ציר ה- x (ר' סרטוט).

נתון: $B(2,5)$, $BC = 13$.

א. מצאו את שיעורי הנקודה C .

נתון: $S_{\Delta BAC} = 42.5$

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A .

נתון: $y_D = -15$.

א. (1) מצאו את משוואת הישר DC .

(2) מצאו את שיעורי הנקודה D .

ב. (1) חשבו את שטח המשולש ADC .

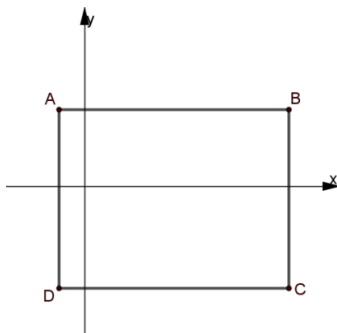
(2) חשבו את שטח הטרפז $ABCD$.

ג. (1) הוכיחו כי המשולשים AMB ו- DMC הם דומים.

(2) מהו יחס השטחים של המשולשים האלה? נמקו.

4.

5. נתון מלבן $ABCD$ שצלעותיו מקבילות לצירים



ושיעורי שניים מקדקודיו: $A(-1,3)$, $C(8,-4)$.

א. מצאו את שיעורי הנקודות B ו- D .

ב. (1) בחרו נקודה כלשהי M , בתוך המלבן וחשבו עבורה את השטחים: $S_{\Delta DMC}$, $S_{\Delta AMB}$.

(2) הראו כי $S_{\Delta AMB} + S_{\Delta DMC} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$.

ג. הוכיחו באופן כללי כי בכל מלבן $ABCD$,

עבור נקודה M הנמצאת בתוך המלבן,

מתקיים: $S_{\Delta AMB} + S_{\Delta DMC} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$ (ללא שימוש בשיעורי הנקודות במערכת הצירים).

5.

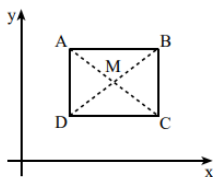
במלבן $ABCD$. הצלע AB מקבילה לציר ה- x . הם שני קדקודים נגדיים $B(12;7)$ ו- $D(2;3)$.

א. מצאו את שיעורי הקדקודים A ו- C .

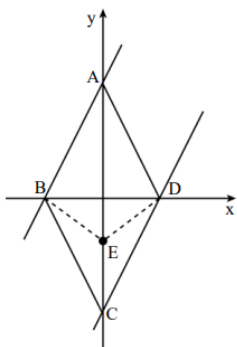
ב. מצאו את שיעורי נקודת מפגש אלכסוני המלבן (הנקודה M שבציור).

ב. הוכיחו: $\angle AMD = 2 \cdot \angle ABD$.

הערה: אין צורך לחשב את הזוויות.



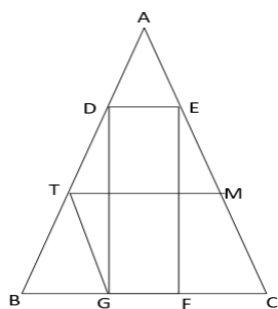
6.



- הישר $y = 2x + 8$ חותך את ציר ה- y בנקודה A ואת ציר ה- x בנקודה D.
 הישר $y = 2x - 8$ חותך את ציר ה- y בנקודה C ואת ציר ה- x בנקודה B.
 א. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C ו-D.
 ב. הוכיחו: המרובע ABCD הוא מעוין.
 ג. הנקודה E נמצאת על האלכסון AC.
 (1) הוכיחו: $\triangle CDE \cong \triangle CBE$.
 (2) הוכיחו: $\angle AEB = \angle AED$.
 ד. רשמו שני דלתונים המופיעים בציור.

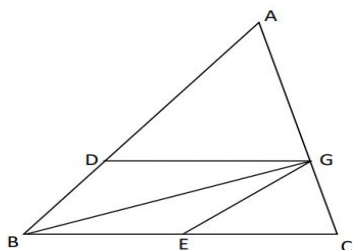
גאומטריה

1.



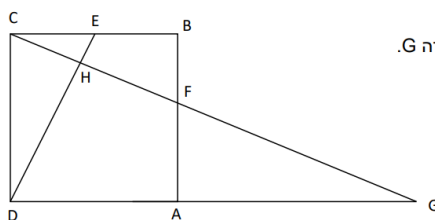
- משולש ABC שווה שוקיים ($AB = AC$)
 המרובע DEFG הוא מלבן חסום במשולש.
 $AD : DB = 1 : 2$
 GT תיכון לצלע BD במשולש GBD
 $TM \parallel BC$
 א. מצאו בשרטוט משולשים שווה שוקיים. נמקו.
 ב. האם המשולשים שמצאתם דומים? נמקו.
 ג. הסבירו מדוע $AE = EM = MC$.
 ד. הוכיחו: $\triangle ADE \cong \triangle TBG$.
 ה. הוכיחו: $BG = GF = FC$.

2.



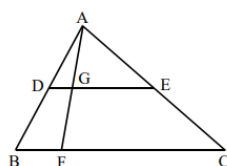
- במשולש ABC, $BG \perp AC$
 GE תיכון לצלע BC במשולש BGC
 D נקודה על AB כך שמתקיים $\angle DGB = \angle EGB$
 הוכיחו:
 א. $DG \parallel BC$
 ב. $\triangle ADG \sim \triangle ABC$
 ג. הסבירו מדוע לא יתכן שמרובע DGEB הוא מקבילית שאינה מעוין.

3.



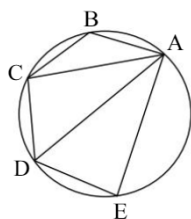
- ABCD ריבוע. הנקודות E, F הן נקודות על הצלעות AB, CB בהתאמה.
 H היא נקודת החיתוך של DE ו-CF
 המשך CF נחתך עם המשך AD בנקודה G.
 א. נתון: $CE = BF$
 הוכיחו כי $\triangle CEH \sim \triangle GFA$
 ב. נתון: $FA = 1.5BF$
 1. חשבו את היחס $\frac{AG}{DA}$
 2. חשבו את היחס $\frac{AG}{BF}$

4.



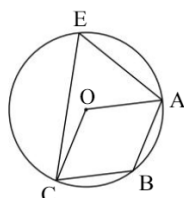
- DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
 הנקודה F נמצאת על הצלע BC.
 הקטע AF חותך את DE בנקודה G.
 א. הוכיחו: DG הוא קטע אמצעים במשולש ABF.
 ב. נתון: $GE = 3 \cdot DG$. הוכיחו: $BC = 4 \cdot BF$.

5.



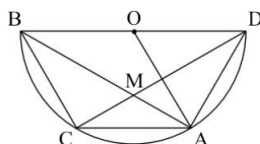
- המחומש ABCDE חסום במעגל. נתון: $\angle BAE = 90^\circ$, $BC = CD = DE$.
 א. חשב את הזווית $\angle BAC$.
 ב. נתון: $AB = BC$. הוכח: $2DE = AD$.
 ג. נתון: היקף המרובע ABCD הוא 5m. הבע באמצעות m את המרחק בין הנקודה B לבין הישר AC.

6.



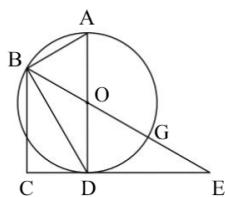
- הנקודות A, B, C ו-E נמצאות על מעגל שמרכזו O בנקודה O.
 כך שהמרובע ABCO הוא מעוין.
 א. חשב את הזווית $\angle AEC$.
 ב. נתון: $\angle EAO = 50^\circ$. חשב את:
 1. הזווית $\angle ECO$.
 2. זוויות המשולש $\triangle AEC$.

7.



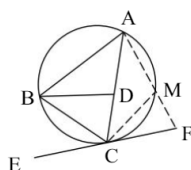
- הנקודות A ו-C נמצאות על חצי מעגל שמרכזו O בנקודה O.
 וקוטרו BD. המיתרים AB ו-CD נחתכים בנקודה M.
 המיתר CD חוצה את הזווית $\angle ADB$. נסמן: $\angle ABC = \alpha$.
 א. הבע באמצעות α את הזוויות $\angle BMC$ ו- $\angle AOD$.
 ב. הוכח: $\angle DAO = 2 \cdot \angle ABC$.
 ג. נתון: $\angle BMC = \angle AOD$. הוכח: ACBO מעוין.
 ד. נתון: 3 ס"מ = AD. חשב את אורך הקשת AB.

8.



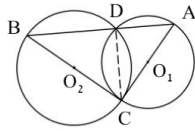
- הנקודה C הנמצאת מחוץ למעגל שמרכזו O יוצא ישר המשיק למעגל בנקודה D. הנקודות A ו-B נמצאות על המעגל.
 נתון: AD קוטר. המשך הרדיוס BO חותך את המעגל בנקודה G.
 ואת המשך המשיק CD בנקודה E. נתון: $DO \parallel BC$.
 א. הוכח: המיתר BD חוצה את הזווית $\angle CBE$.
 ב. הוכח: $\angle ABO = \angle BDC$.
 ג. נתון: $BD = DE$. הוכח: $BC = 1.5 \cdot GE$.

9.



- הנקודות A, B ו-C נמצאות על מעגל. הישר BD הוא חוצה הזווית $\angle ABC$.
 הישר EF משיק למעגל בנקודה C. הישר AF חותך את המעגל בנקודה M.
 הישר CM חוצה את הזווית $\angle ACF$. נתון: $\angle FCM = 40^\circ$, $\angle BAM = 95^\circ$.
 א. מצא את גודל הזווית: 1. $\angle BCD$. 2. $\angle ABD$.
 ב. קבע איזה מהמיתרים - AM או BC - ארוך יותר. נמק.
 ג. קבע איזה מהקשתות - BM העליונה או AC השמאלית - ארוכה יותר. נמק.

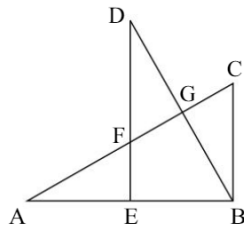
10.



- הנקודות O_1 ו- O_2 הן מרכזי מעגלים הנחתכים בנקודות C ו-D.
 נתון: AC ו- BC קטרים במעגלים השונים כמתואר בשרטוט.
 א. הוכח: הנקודות A, B ו-D נמצאות על ישר אחד.
 ב. נתון: הישר AC משיק למעגל שמרכזו O_2 בנקודה C.
 הוכח: הישר BC משיק למעגל שמרכזו O_1 בנקודה C.

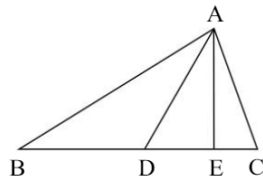
טריגונומטריה במישור

1.



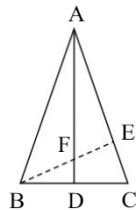
- המשולש $\triangle ABC$ ישר זווית. הישר DE הוא אנך אמצעי לניצב AB וחותך את היתר AC בנקודה F. BD מאונק ליתר AC וחותך אותו בנקודה G. נתון: $DE = 8$ ס"מ, $BD = 11$ ס"מ. חשב את:
 א. הזווית $\angle BAG$.
 ב. אורך הצלע BC.
 ג. שטח המשולש $\triangle BCG$.

2.



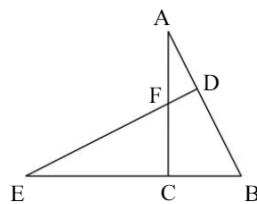
- הישר AE הוא גובה לצלע BC במשולש $\triangle ABC$. הישר AD הוא חוצה הזווית $\angle BAE$. נתון: $AE = 5$ ס"מ, $AD = 6$ ס"מ.
 א. חשב את אורך הקטע AB.
 ב. חשב את אורך הקטע BD.
 ג. נתון: $\angle ADC = 2 \cdot \angle CAE$.
 חשב את היקף המשולש $\triangle ACD$.

3.



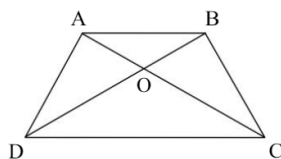
- הקטע AD הוא הגובה לבסיס במשולש שווה השוקיים $\triangle ABC$. נתון: $AD = 2BC$.
 א. מצא את גודל הזווית $\angle ACD$.
 ב. הקטע BE הוא הגובה לשוק AC וחותך את הגובה AD בנקודה F.
 מצא את גודל הזווית $\angle AFE$.
 ג. נתון שהקטע AF ארוך ב-12 ס"מ מהקטע EF. חשב את אורך הקטע AF.

4.



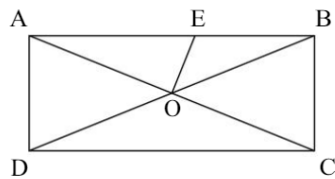
- הנקודות D ו-C נמצאות בהתאמה על הישרים BE ו-AB.
 הישרים AC ו-DE נחתכים בנקודה F.
 נתון: $CF = AF$, $AB \perp DE$, $AC \perp BE$.
 נסמן: $\angle BAC = \alpha$, $AC = a$.
 א. הבע באמצעות α את יחס השטחים: $\frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle ABC}}$.
 ב. חשב את היחס שמצאת בסעיף א' בהינתן: $\alpha = 45^\circ$.

5.



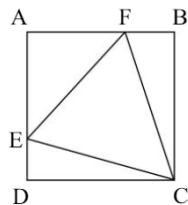
- אלכסוני הטרפז שווה השוקיים ABCD ($AB \parallel CD$) נחתכים בנקודה O. נתון: $\angle CBD = 90^\circ$, $BC = 8$ ס"מ, $AC = 14$ ס"מ. חשב את:
 א. הזווית $\angle BDC$.
 ב. שטח המשולש $\triangle ABO$.
 ג. שטח הטרפז ABCD.

.6



אלכסוני המלבן ABCD נחתכים בנקודה O.
הנקודה E נמצאת על הצלע AB כך ש: $AC \perp EO$.
נסמן: $BD = 2k$, $\angle CAD = \alpha$. הבע באמצעות k ו- α את:
א. שטח המלבן ABCD.
ב. אורכי הקטעים AE ו-EO.

.7



(*) המשולש $\triangle CEF$ כלוא בריבוע ABCD כמתואר בשרטוט.
נתון: $\angle ECF = 56^\circ$, $AF = 2BF$.
א. חשב את היחס: $\frac{AE}{DE}$.
ב. חשב את הזווית $\angle CFE$.
ג. נתון: שטח המשולש $\triangle CEF$ הוא 100 סמ"ר.
חשב את היקף הריבוע ABCD.

עבודה פוריה וחופשה מהנה!!!