

עבודת קיץ במתמטיקה 2021

לבוגרי כיתה ט 6 ו- ט 7
המשובצים ל - 5 יחידות מתמטיקה

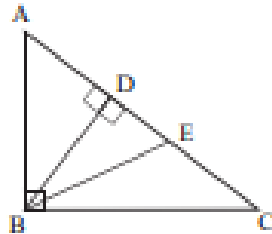
יש להגיש את העבודה בשיעור הראשון, בתחילת
שנת הלימודים הבאה.
יתקיים מבדק על עבודת קיץ.

חופשה נעימה .

בהצלחה רבה 😊

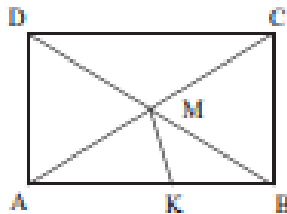
טריגונומטריה במישור (5 יחידות)

הערה: התרגילים כוללים שימוש בפונקציות סינוס, קוסינוס וטנגנס במשולש ישר-זווית, ושימוש במשפט הסינוסים ומשפט הקוסינוסים.



1. במשולש ישר-זווית ABC נתון: $AB = 6$ ס"מ, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle BAC = \alpha$. BD הוא גובה ליתר. BE הוא חוצה-זווית של $\angle DBC$.
הבע את אורך הקטע EC באמצעות α .

תשובה: $6 \sin \alpha (\tan \alpha - \tan \frac{\alpha}{2})$.



2. במלבן ABCD נתון: $AB = 8.4$ ס"מ, $AC = 10$ ס"מ, $AM = AK$.
חשב את אורך הקטע MK.

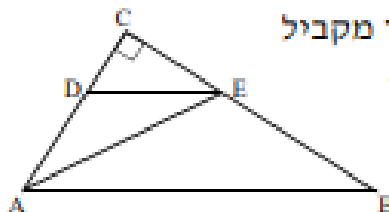
תשובה: 2.828 ס"מ.

3. נתון משולש ששטחו 35 סמ"ר. אורכי שתיים מצלעותיו הם 10 ס"מ ו-8 ס"מ. חשב את אורך הצלע השלישית של המשולש. רשום את שתי האפשרויות.

תשובה: 9.303 ס"מ או 15.54 ס"מ.

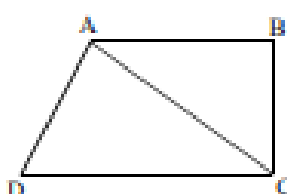
4. היקפו של משולש ABC הוא 40 ס"מ. הצלע BC גדולה ב-6 ס"מ מהצלע AB. נתון: $\angle ABC = 60^\circ$. חשב את אורכי צלעותיו של המשולש.

תשובה: 16 ס"מ, 10 ס"מ, 14 ס"מ.



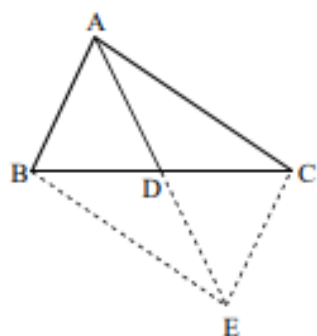
5. במשולש ישר-זווית ABC ($\angle C = 90^\circ$) העבירו מקביל ליתר, החותך את הניצבים בנקודות D ו-E. נתון: $\angle DAE = \alpha$, $\angle ABE = \alpha$, $DE = m$.
הבע באמצעות m ו- α את אורכי הקטעים AB ו-BE.

תשובה: $\frac{m \cos \alpha \sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha}$, $\frac{m \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$.

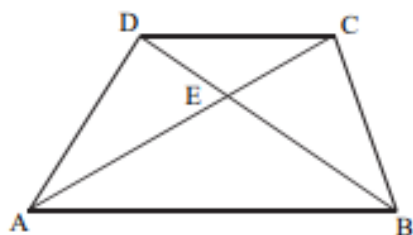


6. ABCD הוא טרפז ישר-זווית ($BC \perp DC$, $AB \parallel CD$). נתון: $AC = CD$, $\angle ACD = \alpha$.
א. הבע באמצעות α את היחס בין שטח המשולש ACD לשטח המשולש ABC.
ב. חשב את היחס הנ"ל כאשר $\alpha = 60^\circ$.

תשובה: א. $\frac{1}{\cos \alpha}$. ב. 2.



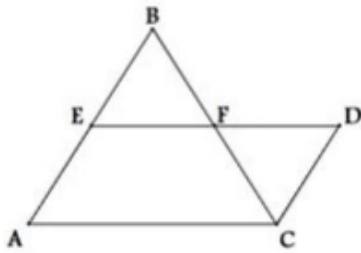
- .12** AD הוא התיכון לצלע BC במשולש ABC . נתון : $AC = 12$ ס"מ , $\angle BAD = 42^\circ$, $\angle DAC = 36^\circ$. חשב את אורך התיכון AD .
הדרכה: הארך את התיכון AD כאורכו כך שתיווצר מקבילית ABEC .
תשובה: 8.771 ס"מ .



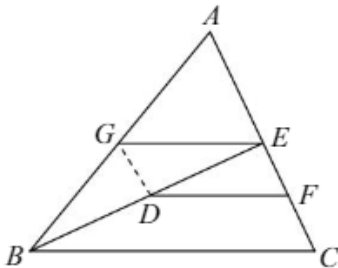
- .13** בטרפז ABCD ($AB \parallel DC$) היא נקודת החיתוך של האלכסונים . נתון : $DC = BC$, $BE = k$, $\angle AEB = \alpha$, $\angle CBD = \beta$ (ראה ציור) . הבע באמצעות k , α ו- β את אורך בסיסי הטרפז DC ו-AB

תשובה: $\frac{k \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$, $\frac{k \sin \alpha}{\sin(\alpha - \beta)}$

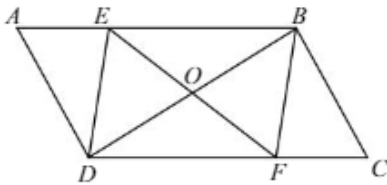
גאומטריה:



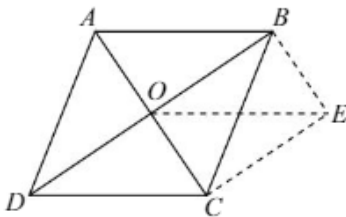
1. (*) הנקודה F היא אמצע הצלע DE במקבילית AEDC.
 המשכי הישרים AE ו- CF נחתכים בנקודה B. נתון: $BC=AB$.
 א. הוכח: $DC = FC$.
 ב. הוכח: $BF = AE$.
 ג. נתון: $\angle ABC = 60^\circ$. היקף המקבילית AEDC הוא 30 ס"מ.
 חשב את היקף המשולש $\triangle BEF$.



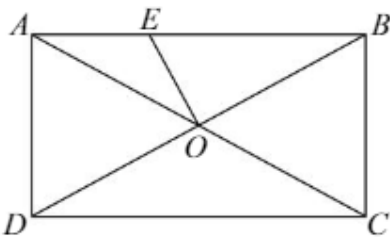
2. הישר GE הוא קטע אמצעים במשולש $\triangle ABC$.
 הנקודות D ו- F הן אמצעי הקטעים BE ו- CE בהתאמה.
 א. הוכח: $GE \parallel DF$.
 ב. הוכח: GEFD מקבילית.
 ג. נתון: היקף המשולש $\triangle DEF$ הוא 12 ס"מ.
 חשב את היקף המשולש $\triangle BCE$.



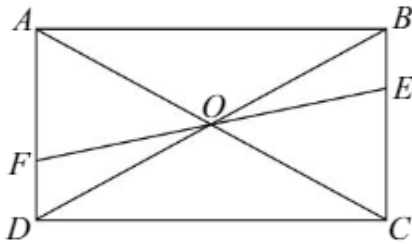
3. הנקודה F נמצאת על הבסיס CD בטרפז BCDE.
 האלכסון BD והישר EF נחתכים בנקודה O. נתון: $EO=FO$.
 א. הוכח: BFDE מקבילית.
 ב. מאריכים את הבסיס BE עד הנקודה A ומעבירים את הישר AD. הקף את הנתון שהוספתו לשאלה תאפשר להוכיח שהמרובע ABCD הוא מקבילית:
 1. $EF \parallel AD$ 2. $AE=CF$ 3. $AB \parallel CD$.



4. אלכסוני המקבילית ABCD נחתכים בנקודה O.
 נתון: $\angle BDC = \angle DBC$.
 א. הוכח: המקבילית ABCD היא מעוין.
 ב. הנקודה E נמצאת מחוץ למעוין ABCD כך שהמרובע ABEO הוא מקבילית. הוכח: המרובע BECO הוא מלבן.

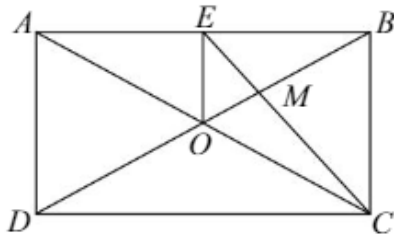


5. (*) אלכסוני המלבן ABCD נחתכים בנקודה O. הנקודה E נמצאת על הצלע AB כמתואר בשרטוט כך שהקטע EO מאונך לאלכסון BD. נתון: $\angle BDC = 30^\circ$.
 א. הוכח: $AB = 3EO$.
 ב. הוכח: ADOE דלתון.
 ג. הוכח: שטח המשולש $\triangle BEO$ גדול פי שניים משטח המשולש $\triangle AEO$.
 ד. נסמן: $AO = b$, $EO = a$. הבע באמצעות a ו- b את שטח המלבן ABCD.



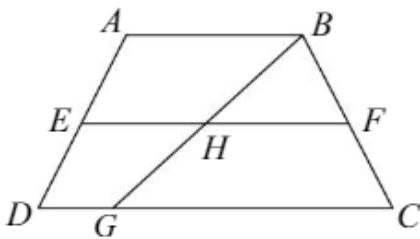
6.

- הנקודות E ו-F נמצאות על צלעות המלבן ABCD כמתואר
בשרטוט. הקטע EF עובר בנקודת מפגש האלכסונים O.
א. הוכח: $BE = DF$.
ב. נתון: $AB = 2BC$, $CE = 2BE$. שטח הטרפז ABFE
הוא 144 סמ"ר. חשב את שטח המשולש $\triangle CDO$.



7.

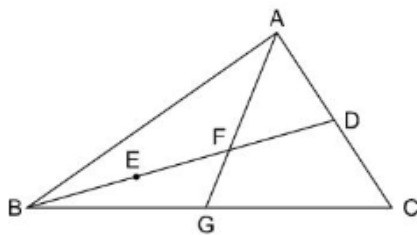
- מנקודת מפגש האלכסונים O במלבן ABCD מורידים את האנך
OE לצלע AB. הקטע CE חותך את האלכסון BD בנקודה M.
א. הוכח: $CM = 2EM$.
ב. נתון: $BC = 18$ ס"מ. שטח המשולש $\triangle ABO$ הוא 108 סמ"ר.
חשב את אורך הקטע MO.



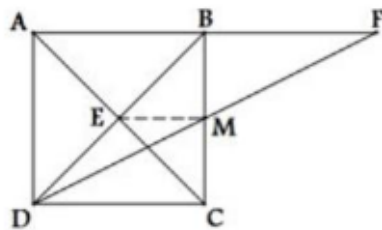
8.

- הישר EF הוא קטע האמצעים בטרפז שווה שוקיים ABCD.
הנקודה G נמצאת על הבסיס CD. הישר BG חוצה את הקטע
EF בנקודה H. נתון: $\angle BCD = 60^\circ$, $BG \perp BC$.
א. נסמן: $CF = a$. הבע באמצעות a את אורך EH.
ב. נתון: היקף הטרפז ABFE הוא 19 ס"מ,
1 ס"מ $GD =$. חשב את היקף הטרפז CDEF.

9. (*) הישר BD הוא תיכון במשולש $\triangle ABC$. הנקודה G נמצאת על הצלע BC כך שהישר AG חותך את
התיכון BD בנקודה F. התיכון היוצא מהקדקוד C עובר בנקודה F (לא מופיע בשרטוט).
א. הוכח: $BG = CG$.



- ב. נתון: $BE = EF$. חשב את היחס: $\frac{DE}{BF}$.
ג. דרך הנקודה D עובר ישר המקביל ל-AG וחותך את BC
בנקודה M. נתון: הקטע AF אורך בשני ס"מ מהקטע DM.
חשב את אורך FG.
ד. נתון: $BC = 24$ ס"מ. חשב את הזווית $\angle BAC$.

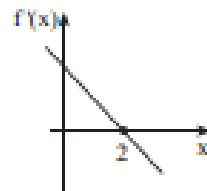


10.

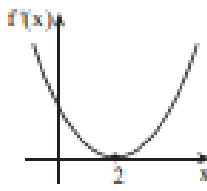
- אלכסוני הריבוע ABCD נחתכים בנקודה E. הנקודה F נמצאת על
המשך הצלע AB כך ש-BC הוא אנך אמצעי לקטע AF.
הקטע DF חותך את הצלע BC בנקודה M.
א. הוכח: $MD = MF$.
ב. הוכח: $EM \parallel DC$.
ג. נתון: היקף הריבוע ABCD הוא 32 ס"מ.
חשב את אורך הקטע ME.

חשבון דיפרנציאלי – פולינומים (5 יחידות)

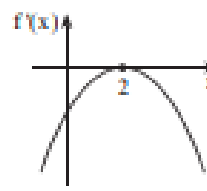
- 20.** לפונקציה $f(x)$ יש רק נקודת קיצון אחת והיא נקודת מקסימום ב- $x = 2$.
 א. מהו הסימן של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור $x < 2$?
 ב. איזה מן הגרפים הבאים (1, 2, 3, 4) יכול לתאר את גרף הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)$? נמק את בחירתך.



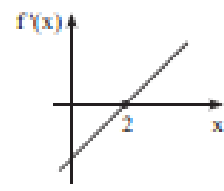
גרף 1



גרף 2

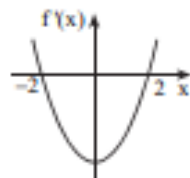


גרף 3

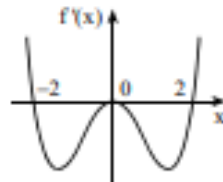


גרף 4

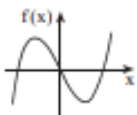
- 20.** א. חיובי. ב. גרף 1.



- 22.** בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.
 א. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוג הקיצון.
 ג. נתון גם: $f(0) = 0$. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

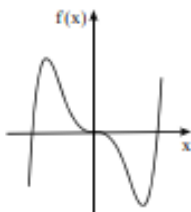


- 23.** בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.
 א. מצא את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$.
 ב. נתון: $f(0) = 0$.
 שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



ג.

- 22.** א. עלייה: $x < -2$ או $x > 2$,
 ירידה: $-2 < x < 2$.
 ב. $x = -2$ מקסימום, $x = 2$ מינימום.



ב.

- 23.** א. עלייה: $x < -2$ או $x > 2$,
 ירידה: $-2 < x < 2$.

- 24.** הנקודה $(1, -14)$ היא נקודת קיצון של הפונקציה $y = x^5 + ax^3 + bx$.

- א. מצא את a ו- b וקבע את סוג נקודת הקיצון.
 ב. מצא נקודות קיצון נוספות של הפונקציה (אם יש כאלה).

נגזרת של מכפלה

1. הנגזרת של פונקציה $f(x)$ בנקודה $(1, 3)$ שעל הגרף היא -2 . כמו כן נתון $g(x) = x^4$.
חשב את הנגזרת של הפונקציה $y = f(x) \cdot g(x)$ בנקודה שבה $x = 1$.
2. נתונות שתי פונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ הנחתכות בנקודה $(-1, 4)$. הנגזרות של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בנקודה הנ"ל הן בהתאמה 3 ו- $-\frac{1}{2}$.
חשב את הנגזרת של הפונקציה $y = f(x) \cdot g(x)$ בנקודה שבה $x = -1$.

פונקציה מורכבת

1. חשב את ערך הנגזרת של הפונקציות הבאות בנקודה $x = -1$:
 $y = (x^3 + 1)^4$ (10) $y = (2x^5 + 3)^4$ (11) $y = (4x^4 + 3x)^5$ (12)
2. שיפוע משיק לפונקציה $y = (2x + 3)^4$ הוא -8 .
א. מצא את נקודת ההשקה.
ב. מצא את משוואת המשיק.
3. לגרף הפונקציה $y = (ax - 3)^3$ ($a \neq 0$) העבירו משיק בנקודה $x = 2$. שיפוע המשיק הוא $3a$.
מצא את הפונקציה ואת משוואת המשיק.
4. נתונה הפונקציה $y = (x^2 - 4)^3$.
א. מצא את הנקודות שבהן הנגזרת שווה לאפס.
ב. קבע לגבי כל נקודה אם היא נקודת מינימום, נקודת מקסימום או שאיננה נקודת קיצון. (הדרכה: חשב את ערכי הפונקציה בשתי נקודות משני הצדדים של כל אחת מהנקודות שמצאת בסעיף א' והשווה בין התוצאות).

פונקציה רציאונלית

5. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה הרשומה לידה :

$$x = 0 \quad y = \frac{2x-1}{1-3x} \quad (17) \quad x = -2 \quad y = \frac{x-1}{x+1} \quad (16)$$

$$x = 1 \quad y = \frac{x}{x^2+x-1} \quad (19) \quad x = 2 \quad y = \frac{x^2}{x^2-2} \quad (18)$$

6. הישר $y = -3x+2$ משיק לגרף הפונקציה $y = \frac{x^2}{x-2}$. מצא את שיעורי נקודת ההשקה.

7. לגרף הפונקציה $y = \frac{x-4}{x+5}$ העבירו משיק בנקודה $x = -11$.

א. מצא את משוואת המשיק.

ב. מצא משיק נוסף לגרף הפונקציה שמקביל למשיק שמצאת בסעיף א'.

8. המשיק לגרף הפונקציה $y = \frac{ax-5}{x^2-3x+1}$ בנקודה $x = 3$ יוצר זווית של 135° עם

הכיוון החיובי של ציר ה- x .

א. מצא את a .

ב. מצא את משוואת המשיק.

9. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y = \frac{x^2-6}{x+a}$ בנקודה $x = 1$ שווה לשיפוע המשיק

לגרף הפונקציה $y = (x+1)^3$ בנקודה $x = -2$.

מצא את שני הערכים האפשריים של a .